

Pierre de Fermat, René Descartes y el surgimiento de la Geometría analítica

Autor: Celestino Miguel Vásquez - 12-05-2017

<https://vinculando.org/articulos/pierre-fermat-rene-descartes-geometria-analitica.html>



Resumen

El objetivo de este artículo es recordar el surgimiento de la Geometría analítica como una aportación *sui generis* de dos hombres que fueron capaces de pensar de manera diferente a las Matemáticas. Para tal propósito se revisó la vida y la obra de Pierre de Fermat y de René Descartes. Se concluye que, si bien Fermat pensó antes que Descartes la Geometría Analítica, no la difundió y este último sí lo hizo con la publicación de sus obras.

Palabras clave: Fermat, Descartes, Geometría, Álgebra, Geometría analítica.

Abstract

The aim of this article is to recall the emergence of analytical Geometry as a *sui generis* contribution of two men who were able to think differently to Mathematics. For this purpose the life and work of Pierre de Fermat and René Descartes were reviewed. It is concluded that, although Fermat thought before Descartes Analytical Geometry, he did not diffuse it and the latter did so with the publication of his works.

Keywords: Fermat, Descartes, Geometry, Algebra, Analytical Geometry.

Introducción

La selección de este tema surgió debido a mis estudios de Licenciatura en Educación Secundaria en la especialidad de Matemáticas y a mi actividad docente actual en esa área, sin embargo, debo aclarar, en ninguna de las asignaturas que cursé en la Licenciatura nos ocupamos por conocer la vida de los grandes matemáticos y, entonces, cuando, en los estudios de Maestría, se planteó la posibilidad de conocer la vida y la obra de Pierre de Fermat y de René Descartes mediante una investigación relacionada con la Pedagogía de las Ciencias Sociales me pareció una idea muy interesante.

Por otro lado, reconozco que, durante mis estudios de Licenciatura y mi práctica docente relacionados con las Matemáticas, he llegado a estar de acuerdo con quienes han afirmado que el conocimiento de las Matemáticas no sólo es agradable, sino que también es indispensable para los usos de la vida cotidiana y, en este caso, el conocimiento de la vida de Pierre de Fermat y de René Descartes me permitió confirmar que la vida de los científicos no siempre transcurre en medio de todas las comodidades que pudieran ser imaginadas, sino que cada uno de ellos, vive de acuerdo con sus circunstancias y, de ser necesario, se impone a las condiciones adversas que le rodean.

Finalmente aclaro que este artículo no es un tratado de Geometría analítica, sino un punto de vista que muestra el trabajo de los científicos y que, en el proceso educativo, no se trata como parte de la formación en Matemáticas a pesar de ser tan importante como el conocimiento de la Matemática misma.

1.1. Geometría y Álgebra

1.1. Geometría

En nuestro país, en el ambiente de la educación básica, una gran mayoría del personal docente alude a la Geometría y al Álgebra, sin tener ideas precisas de su importancia y sus diferencias. Predomina la noción que se trata, efectivamente, de Matemáticas y, por tanto, implica muchas dificultades para quien las enseña y para quien trata de aprender ese tipo de contenido, sin embargo, la importancia de la Geometría y del Álgebra no se reduce solamente a su uso en las actividades científicas, sino que es fundamental en el desarrollo del pensamiento abstracto que es indispensable para la generación de la ciencia y la tecnología e, inclusive, en con uso y conocimiento se trasciende a la vida diaria.

En el libro titulado Enseñanza de la Geometría, publicado por la SEP, se reconoce que la Geometría se aplica en la vida cotidiana, la arquitectura, la pintura, la escultura, la Astronomía, los deportes, la carpintería, la herrería y se usa en el lenguaje cotidiano y, por ejemplo, se dice:

calles paralelas, tinacos cilíndricos o la escalera en espiral.

La Geometría, se remarca, sirve en el estudio de otros temas de Matemáticas como un modelo geométrico de la multiplicación de números o en las expresiones algebraicas lo constituye el cálculo del área de rectángulos y, además, permite desarrollar en los alumnos su percepción del espacio, su capacidad de visualización y abstracción, su habilidad para pensar en conjeturas acerca de las relaciones geométricas en una figura o entre varias, así como su habilidad para argumentar al tratar de validar las conjeturas que hace. Por tanto, la enseñanza de la Geometría constituye el ejemplo clásico de ciencia organizada lógicamente y deductivamente.

En su etimología, Geometría indica medida de la tierra y su origen se remonta a las comunidades más primitivas que habitaron el Planeta y se relaciona con el deseo y las necesidades de nuestros antepasados para representar el mundo circundante, decorar sus pertenencias, diseñar motivos ornamentales y/o construir su vivienda, pero en una fase posterior, con base en el conocimiento existente en la Geometría se contribuyó a resolver problemas prácticos como la medición de longitudes, áreas y volúmenes, pero, además, la Geometría, desempeñó un papel importante para el desarrollo de la Arquitectura, de la Geografía y de la Astronomía en sus inicios.

De acuerdo con Sigarreta y Ruesga, en la Geometría, como en las demás ciencias, se debe destacar el papel de la práctica del conocimiento y sus nexos con la realidad. La actividad matemática y, en particular, la actividad geométrica, está doblemente ligada con la realidad concreta ya que, en el seno de ésta, se forman los primeros eslabones de la cadena de conceptos geométricos y se retorna a la práctica y, a la postre, en las aplicaciones de éstos a las demás ciencias y a la técnica.

La Geometría como ciencia, a lo largo de todos estos Siglos, ha contribuido al desarrollo de la sociedad, pues los conocimientos geométricos se han aplicado en la obra constructiva y cultural de la Humanidad, se pueden citar los ejemplos de las famosas construcciones de la antigüedad y del Renacimiento; ha influido en el desarrollo urbano alcanzado por las civilizaciones, resolviéndose, de esta forma, problemas científicos y sociales.

La importancia de la Geometría como prototipo de una teoría axiomática es reconocida universalmente y, por ejemplo, Jean Dieudonné en el ICME (InstituteforComputational&MathematicalEngeneering) declaró que ella, exclamando desde sus estrechos confines tradicionales, ha revelado sus poderes ocultos y su extraordinaria versatilidad y adaptabilidad, transformándose, así, en una de las herramientas más universales y útiles en todas las partes de las Matemáticas y, en la actualidad, incluye tal diversidad de aspectos que no hay esperanza de escribir una lista completa de ellos (y menos aún de usarlos), pero pueden mencionarse algunos aspectos que son relevantes por sus implicaciones didácticas:

1. La Geometría como la ciencia del espacio. Desde sus raíces como una herramienta para describir y medir figuras, la Geometría ha crecido hacia una teoría de ideas y métodos

mediante las cuales pueden construirse y estudiarse modelos idealizados tanto del mundo físico como también de otros fenómenos del mundo real. De acuerdo con diferentes puntos de vista, tenemos Geometría euclidea, Geometría afin, Geometría descriptiva y Geometría proyectiva, así como también topología o geometrías no euclidianas y combinatorias.

2. La Geometría como un método para las representaciones visuales de conceptos y procesos de otras áreas en matemáticas y en otras ciencias; por ejemplo gráficas y teoría de gráficas, diagramas de varias clases, histogramas.
3. La Geometría como un punto de encuentro entre Matemáticas como una teoría y Matemáticas como una fuente de modelos.
4. La Geometría como una manera de pensar y entender y, en un nivel más alto, a una teoría.
5. La Geometría como un ejemplo paradigmático para la enseñanza del razonamiento deductivo.
6. La Geometría como una herramienta en aplicaciones, tanto tradicionales como innovadoras que incluyen, por ejemplo, gráficas por computadora, procesamiento y manipulación de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica e investigación de operaciones, entre otras.
7. Otra distinción podría ser hecha con respecto a diversas aproximaciones de acuerdo con lo que puede resolverse con la Geometría y, en este caso, en términos generales, son posibles las aproximaciones conocidas como manipulativas, intuitivas, deductivas o analíticas.
8. También puede distinguirse entre una Geometría que enfatice las propiedades “estáticas” de los objetos geométricos y una geometría donde los objetos cambian con respecto a los diferentes tipos de transformaciones en el espacio al ser considerados en una presentación “dinámica”.

Por lo todo lo dicho anteriormente, terminamos este apartado expresando seis aspectos:

1. El conocimiento y la práctica de la Geometría propicia el desarrollo de quienes participan de esas dos actividades y, por tanto, su enseñanza debe tomarse con la mayor seriedad posible y no verse como un contenido reducido al trazo de rectas u otro tipo de figuras. La Geometría es una de las ramas de la Matemática que puede ocupar un lugar privilegiado en el currículo escolar debido a su aporte a la formación del individuo, desde sus diferentes dimensiones. Cuando un estudiante se enfrenta a la Geometría, sea cual sea su edad, posee una gran riqueza de conocimientos y experiencias que son de naturaleza matemática, aunque no estén representados en lenguaje matemático. Para superar los obstáculos que se le acreditan a la enseñanza de la Geometría puede ser posible pensar en un currículo que abarque las diversas dimensiones y polos de la Geometría, en todos los niveles, buscando lograr, en los alumnos, una amplia experiencia y una perspectiva multifacética de lo que ella significa, elementos claves para ganar en conocimiento geométrico útil.
2. La enseñanza y el aprendizaje de la Matemática es importante en sí misma, pero, además, también lo es porque, con ella, es posible propiciar el desarrollo mental del alumno

cuando se organizan actividades que permiten el paso de las operaciones concretas a las formales y viceversa, pero ese proceso es poco usado en la escuela básica.

3. El conocimiento de la manera en que la Matemática ha sido descubierta es importante ya que permite confirmar que el conocimiento no se da de manera progresiva y secuencial, sino que se requiere que existan conocimientos anteriores y que haya alguien capaz de pensar la forma en que esos conocimientos anteriores se relacionan o, inclusive, como pueden superarse.
4. Sin embargo, a pesar de la importancia que le ha sido reconocida a la Geometría, recientemente, una nota periodística nos relata que el CONACYT no incluye dentro de sus prioridades las becas, en el extranjero, para estudios de Maestría en Matemáticas básicas. El autor de la nota destaca que, como bien se sabe, una Nación que no invierte bien y suficiente en Ciencia y tecnología no alcanza su desarrollo e independencia. Así lo hacen China, India, Japón, Estados Unidos y la Unión Europea, por ejemplo. En México vamos a la cola en Ciencia y enseñanza de las Matemáticas. De 72 países examinados en estos dos campos, ocupamos la última posición en Ciencia y la penúltima en Matemáticas, debajo de Argelia.
5. En el transcurso de la redacción de este artículo, mi asesor recordó una anécdota y dijo: fíjate que, en el año de 1969, en el primer semestre de la ingeniería que yo cursé, tuve un maestro que era ingeniero arquitecto, egresado de la Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura (conocida como la ESIA) del Instituto Politécnico Nacional. Él se presentaba, indirectamente, casi como un Einstein llegado a Oaxaca y me impartió una asignatura llamada Mecánica analítica, pero en contra de pensarse como un profesional muy competente, en el desarrollo de sus clases usó ¡un sistema geométrico! para la determinación de la resultante de fuerzas que era uno de los temas del programa mencionado. En este momento, puedo decir que no es que el uso del sistema geométrico sea deficiente para la determinación de fuerzas, pero ya estábamos en 1969 y él ignoraba que, desde hacía mucho tiempo, para ese tipo de problemas, se usaba un sistema algebraico... afortunadamente, para mí y para mis compañeros del grupo, ese ingeniero arquitecto abandonó la clase y nos pusieron a otro que, ese sí, estaba actualizado y empezó a enseñarnos la Mecánica analítica con base en el cálculo vectorial... allí el problema fue otro ya que, en ese entonces, nosotros como alumnos, aún no habíamos cursado ninguna asignatura que implicara el conocimiento del cálculo vectorial y ahora se nos pedía aplicarlo... En esta anécdota se resalta el uso limitado de la Geometría en su aplicación para el cálculo de fuerzas, debido a la imprecisión en que puede incurrirse con el trazado de líneas, sobre todo si solamente se dispone de un equipo denominado “juego geométrico” y también queda claro el error en que se incurre cuando a los alumnos se trata de enseñar la aplicación de un proceso de cálculo que requiere, previamente, el conocimiento de unas matemáticas específicas.
6. La Geometría tuvo que esperar los 62 años que trascurrieron desde la muerte de Francesco Maurolico, en 1575, hasta la publicación de La géométrie de René Descartes, en 1637, para que el avance del Álgebra y la teoría de números alcanzaran el nivel necesario que hiciera posible la Geometría analítica.

1.2 Álgebra

La concepción tradicional del Álgebra indica que se trata de una parte de las Matemáticas que estudia la cantidad considerada en general y representada por letras u otros signos y en donde el punto de partida es la Aritmética.

En cuanto a sus antecedentes, de acuerdo con Puig, puede decirse que existe una historia oficial del Álgebra que se desarrolla desde el Siglo I d. C. y otra historia es debida a los trabajos de RoshdiRashed y de JensHøyrup que puede narrarse entrelazando varias historias: la historia del sistema matemático de signos del Álgebra, en particular, la historia del cálculo en el plano de la expresión sin recurso al plano del contenido; la historia de los conceptos de número; la historia de las tradiciones subcientíficas de resolución de problemas y la historia del método de análisis para resolver problemas.

De la historia del Álgebra debida a los trabajos de RoshdiRashed y de JensHøyrup no nos ocuparemos en este trabajo por su extensión, pero con base en la historia oficial del Álgebra, los antecedentes de los que se dispone indican que, alrededor del Siglo I d. C., los matemáticos chinos escribieron el libro *Jiuzhangsuanshu* (que significa El Arte del cálculo) en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones de primero y segundo grado, así como sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas. Con su ábaco (suanzí) tenían la posibilidad de representar números positivos y negativos; en el Siglo II, el matemático griego Nicómaco de Gerasa publicó su *Introducción a la Aritmética* y, en ella, expuso varias reglas para el buen uso de los números; en el Siglo III, el matemático griego Diofanto de Alejandría publicó su *Aritmética* en la cual, por primera vez en la historia de las Matemáticas griegas, se trataron, de una forma rigurosa, no sólo las ecuaciones de primer grado, sino también las de segundo.

Introdujo un simbolismo algebraico muy elemental al designar la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega arithmos que significa número. Los problemas de álgebra que Diofanto propuso prepararon el terreno de lo que, siglos más tarde, sería “la teoría de ecuaciones”. A pesar de lo rudimentario de su notación simbólica y de lo poco elegantes que eran los métodos que usaba, puede considerársele como uno de los precursores del Álgebra moderna.

En el Siglo VII, los hindúes habían desarrollado ya las reglas algebraicas fundamentales para manejar números positivos y negativos; el Siglo IX fue la época en la que trabajó el matemático y astrónomo musulmán Al-Kwarizmi, cuyas obras fueron fundamentales para el conocimiento y el desarrollo del álgebra. Al-Kwarizmi investigó y escribió acerca de los números, de los métodos de cálculo y de los procedimientos algebraicos para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Su nombre latinizado dio origen a la palabra algoritmo que, usada primero para referirse a los métodos de cálculos numéricos en oposición a los métodos de cálculo con ábaco, adquirió finalmente su sentido actual de “procedimiento sistemático de cálculo”.

En cuanto a la palabra álgebra, deriva del título de su obra más importante, que presenta las reglas

fundamentales del álgebra, Al-jabrwalmuqabala; en el Siglo X, vivió el gran algebrista musulmán Abu Kamil, quien continuó los trabajos de Al-Kwarizmi y cuyos avances en el álgebra serían aprovechados en el Siglo XIII por el matemático italiano Leonardo de Pisa, mejor conocido como Fibonacci. Durante este mismo Siglo, el matemático musulmán AbulWafa al Bujzani, hizo comentarios sobre los trabajos de Diofanto y Al-Kwarizmi y, gracias a ellos, los europeos conocieron la Arithmetica de Diofanto.

Con el paso de los siglos, los matemáticos reconocieron que la obra de Al-Kwarizmi era tan importante que se hicieron varias traducciones al latín, que era el idioma en el que se escribía la Ciencia en la Europa de esa época. Para finales del Siglo XVI, ya nadie tenía dudas que Al-Kwarizmi era el verdadero padre del álgebra; en 1202, después de viajar al norte de África y a Oriente, donde aprendió el manejo del sistema de numeración indoarábigo, Fibonacci publicó el LiberAbaci (Tratado del Ábaco) obra que, en los siguientes tres siglos, fue la fuente principal para todos aquellos estudiosos de la aritmética y el álgebra; en el Siglo XV, el matemático francés Nicolás Chuquet introdujo, en Europa occidental, el uso de los números negativos y una notación exponencial muy parecida a la que usamos hoy en día, en la cual se utilizan, indistintamente, exponentes positivos o negativos.

En 1489, el matemático alemán Johann Widmann d'Eger inventó los símbolos “+” y “-” para sustituir las letras “p” y “m” que, a su vez, eran las iniciales de las palabras piu (más) y minus (menos) que se utilizaban para expresar la suma y la resta; en el Siglo XVI a C., los egipcios desarrollaron un álgebra muy elemental que usaron para resolver problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, de cosechas y de materiales, pero ya, para ese entonces, tenían un método para resolver ecuaciones de primer grado que se llamaba el “método de la falsa posición” y aunque no tenían notación simbólica, utilizaron el jeroglífico hau (que quiere decir montón o pila) para designar la incógnita y, desde el Siglo XVII a. C. los matemáticos de Mesopotamia y de Babilonia ya sabían resolver ecuaciones de primero y segundo grado, pero, además, también resolvían algunos sistemas de ecuaciones con dos ecuaciones y con dos incógnitas.

En 1525, el matemático alemán Christoph Rudolff introdujo el símbolo de la raíz cuadrada que usamos hoy en día y este símbolo era una forma estilizada de la letra “r” de radical o raíz; entre 1545 y 1560, los matemáticos italianos Girolamo Cardano y Rafael Bombelli se dieron cuenta que el uso de los números imaginarios era indispensable para poder resolver todas las ecuaciones de segundo, tercero y cuarto grado; en 1557 el matemático inglés Robert Recorde inventó el símbolo de la igualdad, =; en 1591, el matemático francés François Viète desarrolló una notación algebraica muy cómoda, representaba las incógnitas con vocales y las constantes con consonantes; en 1637, el matemático francés René Descartes fusionó la Geometría y el Álgebra inventando la Geometría analítica que incluye la notación algebraica moderna, en la cual las constantes están representadas por las primeras letras del alfabeto, a, b, c, ... y las variables o incógnitas por las últimas, x, y, z y también introdujo también la notación exponencial que usamos hoy en día.

En la historia de las Matemáticas se le dan créditos al matemático suizo Leonhard Euler (1707-1783) por precisar el concepto de función, así como por realizar un estudio sistemático de todas las funciones elementales, incluyendo sus derivadas e integrales, sin embargo, el concepto mismo de función surgió con las primeras relaciones observadas entre dos variables, hecho que, seguramente, apareció desde los inicios de la Matemática en la Humanidad, con civilizaciones como la babilónica, la egipcia y la china, entre otras no menos notables.

2. Pierre de Fermat y René Descartes

Pierre de Fermat fue un francés que vivió en el periodo 1601-1665. Fue hijo del comerciante en pieles Dominique Fermat, segundo cónsul de Beaumont, y Claire de Long, hija de una familia de juristas parlamentarios. Su primera educación la recibió en el hogar, en su ciudad nativa.

Fermat vivió tranquilo y reposadamente, evitando las disputas sin provecho, pero poco es lo que se sabe de sus años de estudio, sin embargo, sus biógrafos suponen que deben haber sido brillantes, pues los descubrimientos de su madurez dan prueba de ello ya que, ningún hombre sin un sólido fundamento en sus estudios previos pudo haber sido el conocedor de los clásicos y el notable literato que Fermat fue.

Su maravillosa obra en la teoría de números y en la Matemática en general no puede ser referida a la instrucción que recibió, pues los campos donde hizo su máximo descubrimiento no estaban abiertos cuando era estudiante.

René Descartes nació el 31 de marzo de 1596, en La Haye, cerca de Tours, Francia, en una Europa entregada a la guerra, en las aflicciones de la reconstrucción religiosa y política. De acuerdo con Bell, en ese entonces, un viejo orden político y social pasaba rápidamente en Europa y el nuevo aún no había sido establecido plenamente.

La justicia común entendía que lo tuyo era mío, con tal que mi brazo fuera suficientemente fuerte para mantenerlo lejos de sí, pero, además de lo anterior y, aunque hoy nos parezca irrisorio, por encima, de las guerras, en los días de Descartes, se superponían un enorme fanatismo religioso y una grave intolerancia que incubaban nuevas guerras y hacían del desapasionado cultivo de la Ciencia una empresa azarosa. René fue el tercero y último hijo de la primera mujer del padre, Jeanne Brochard, quien murió pocos días después del nacimiento de René.

Descartes no fue, realmente, un niño precoz, sino más bien, fue de frágil salud, pero esto le forzó a gastar la vitalidad que tenía en asuntos intelectuales. Debido a la delicada salud de René, su padre demoró su enseñanza y, cuando tenía ocho años de edad, acudió al colegio de jesuitas en La Flèche y el Rector le tomó cariño al pálido y confiado muchacho y estudió especialmente el caso y, puesto que se corría el peligro de destruir su cuerpo si se educaba su mente y dándose cuenta que Descartes parecía necesitar más reposo que los niños de su edad, el Rector le permitió permanecer en cama cuanto quisiera durante las mañanas y que no abandonara su habitación

hasta que quisiera reunirse con sus compañeros en el aula.

En realidad, casi toda su vida fue tranquila y Descartes permanecía las mañanas en el lecho cuando deseaba pensar. Más tarde, recordando sus días escolares en La Flèche, confiesa que aquellas largas y tranquilas mañanas de silenciosa meditación fueron el verdadero origen de su filosofía y de su matemática.

A la edad de 18 años, Descartes, totalmente disgustado por la aridez de los estudios a los que había dedicado tan dura labor, resolvió ver el Mundo y aprender alguna cosa de la vida que se encontrara en la carne y en la sangre y no en el papel y en la tinta de imprenta.

Dando gracias a Dios de ser capaz de hacer lo que le placiera, procedió a hacerlo, pero después de vagar con compañía poco recomendables y buscando una pequeña paz, Descartes se decidió a ir a dos guerras, pero, en la última, el ejército permaneció inactivo en sus cuarteles de invierno cerca del pequeño pueblo de Neuburg en las orillas del Río Danubio. Allí Descartes encontró plenamente lo que había buscado: tranquilidad y reposo. Se abandonó a sí mismo y se encontró a sí mismo.

De vuelta al París, Descartes dedicó allí tres años a la meditación y, a pesar de sus extraordinarios pensamientos no era un sabio de barba gris con un sucio vestido, sino un hombre elegante, ataviado con un tafetán de moda y un sable propio de su calidad de gentil hombre. Para completar sus elegancias, se cubría con un sombrero de anchas alas y una pluma de avestruz. En los 20 años siguientes viajó por toda Holanda sin jamás detenerse largo tiempo en un lugar.

Prefirió las aldeas oscuras y las posadas silenciosas fuera de las grandes ciudades, transportando metódicamente una voluminosa correspondencia científica y filosófica con los mayores intelectos de Europa y todo lo que Descartes recogió fue incorporado a un enorme tratado titulado *Le Monde*. En 1634, Descartes que, entonces, tenía 38 años, sometió su Tratado a la última revisión. Iba a ser un regalo de nuevo año para el padre Mersenne.

Todo el París docto estaba ansioso por ver la obra maestra. Mersenne ya conocía algunas partes seleccionadas de libro, pero aún no había visto la obra completa. Sin irreverencia, *Le Monde* puede ser descrito como lo que el autor del libro del Génesis hubiera escrito de conocer tantas ciencias y filosofía como Descartes conocía.

En su obra *Le Monde*, Descartes relata la creación del Universo por Dios, subsanando la falta de un elemento de racionalidad, en la creación de los 6 días, que algunos lectores han sentido en la historia de la Biblia, sin embargo, la publicación de ella se retrasó debido al temor del mismo Descartes ante la noticia que Galileo, a los 70 años de edad y a pesar de la sincera amistad que el poderoso Duque de Toscana, había sido conducido a la Inquisición y forzado a abjurar de rodillas, como una herejía, de la doctrina de Copérnico relacionada con el movimiento de la Tierra alrededor del Sol.

Pero, de acuerdo con Bell, decir que tan sólo el temor detuvo la publicación de *Le Monde* es no conocer la parte más importante de la verdad. No sólo estaba amedrentado, como cualquier individuo lo hubiera estado en su lugar; también estaba profundamente confundido.

Se hallaba tan convencido de la verdad del sistema de Copérnico como de la infalibilidad del Papa, pero, ahora, éste, se le aparecía como un necio al contradecir a Copérnico y era imposible para Descartes dar la razón al Papa o a Copérnico y, en consecuencia, suspendió, pues, la publicación de su libro, manteniendo su creencia en la infalibilidad del Papa y en la verdad del sistema de Copérnico.

Como una satisfacción para sus opiniones subconscientes decidió que *Le Monde* fuese publicado después de su muerte. Para entonces, quizá, habría muerto el Papa y la contradicción habría quedado resuelta por sí misma.

En el año 1637, cuando Descartes tenía 41 años, sus amigos consiguieron que venciera su resistencia y le indujeron a que permitiera la impresión de su obra maestra con el siguiente título: *Discurso sobre el método de conducir rectamente la razón y buscar la verdad en las ciencias*. Además, la dióptrica, meteoros y geometría, ensayos en este método y, actualmente, a esa obra se le conoce con el nombre abreviado *El Método*.

Fue publicada el 8 de junio de 1637 y, por tanto, se dice que ese fue el día en que la Geometría analítica surgió al Mundo. Antes de señalar por qué esa Geometría de Descartes es superior a la Geometría sintética de los griegos, terminaremos la biografía de su autor.

Después de haber dado las razones de la demora en la publicación de la obra *Le monde*, sólo nos queda resaltar el otro y más brillante lado de la historia. La Iglesia, a la que Descartes había temido, pero que jamás había estado contra él, le prestó más generosamente su ayuda.

El Cardenal Richelieu concedió a Descartes el privilegio de publicar, tanto en Francia como en el extranjero, lo que quisiera escribir, pero en Utrecht, Holanda, los teólogos protestantes condenaron salvajemente la obra de Descartes como atea y peligrosa para esa mística entidad conocida como “el Estado”. El liberal Príncipe de Orange intervino con su gran influencia en favor de Descartes y el obstáculo fue vencido.

Isabel de Bohemia y del Palatinado, también citada en las fuentes como Isabel de Herford o Isabel de Hervorden fue una aristócrata alemana, notable filósofa y religiosa calvinista que vivió en el período 1618-1680 y que se relacionó con Descartes para que éste le diera lecciones, pero él se resistió hasta que ella mandó un barco fletado para él y toda la nave fue puesta a disposición del filósofo.

En Estocolmo, Descartes no quiso vivir en el Palacio, aunque se le habían preparado habitaciones. Inoportunamente, amigos cariñosos, los Chanutes, le arrebataron la última

esperanza que le quedaba de conservar un pequeño aislamiento, insistiendo en que viviera con ellos y todo pudo haber marchado bien, pues los Chanutes eran cordiales, pero la tenaz Isabel seguía pensando que, a las cinco de la mañana era la hora más adecuada para que una mujer atareada pudiera dedicarse al estudio de la Filosofía y esto propició que Descartes debía levantarse temprano, saltar sobre el carruaje que le enviaban para recogerle y atravesar la más despoblada y ventosa zona de Estocolmo, para llegar al Palacio donde Isabel, sentada en la fría biblioteca, esperaba su lección de Filosofía, que debía comenzar a las cinco de la mañana en punto. Posteriormente, Chanutes cayó gravemente enfermo de pulmonía. Descartes le cuidó y aquél se restableció, pero Descartes cayó enfermo con el mismo mal.

La Reina Isabel se alarmó y envió sus médicos, pero Descartes ordenó que abandonaran la habitación. Cada vez se sentía peor. Incapaz en su debilidad de distinguir amigos de enemigos, consintió al fin ser sangrado por el más tenaz de los doctores, un amigo personal que estuvo esperando todo el tiempo para que se le concediera entrar.

Su amigo, Chanutes, observando que Descartes estaba muy grave, sugirió que lo mejor sería administrarle el último Sacramento y Descartes expresó el deseo de ver a su consejero espiritual y, encomendando su alma a la merced de Dios, Descartes enfrentó su muerte, pidiendo que el sacrificio de su vida le redimiera de sus pecados.

Así murió el 11 de febrero de 1650, a los 54 años de edad, sacrificado por la impetuosa vanidad de una tozuda muchacha que se empeñó en que él le diera clase, muy de madrugada en tiempos de un intenso frío que fue fatal para la precaria salud de Descartes, sin embargo, en 1980, esto es 330 años después de su muerte, el científico alemán Eike Pies encontró información que aclararía la muerte de Descartes.

En efecto, revisando correspondencia de su ancestro Willem Piso en la Universidad de Leyden (Holanda), encontró una carta, enviada por el médico personal de la Reina Cristina, Johann van Wullen, quien fue testigo de la agonía de Descartes. En esa carta, van Wullen detalla los síntomas del filósofo francés día por día: debilitamiento, vómitos, diarrea, mareos, pigmentación de la piel, lesiones cutáneas, enteritis. Estos síntomas no son los de una neumonía sino los de una intoxicación por arsénico.

En esa carta, van Wullen indica que la reina quiso leerla antes de ser enviada y que indicó que no cayera en manos de extraños. Probablemente Cristina quería salvar del desprestigio a la monarquía sueca, que ya era objeto de rumores e intrigas palaciegas a causa de sus propias excentricidades. Así, nunca se llegó a investigar el asesinato.

El cuerpo de Descartes permaneció en Suecia 16 años. Cuando, finalmente, sus restos mortales llegaron a Francia, reclamados por sus admiradores y amigos, se abrió el ataúd y se descubrió que faltaba el cráneo.

Según llegó a afirmar Cristina de Suecia en sus “Memorias”, lo sustrajo un oficial llamado Isaac Planstrom, quien había sido comisionado para exhumar el féretro de Descartes cuando se trataba de transportarlo a Francia. En el siglo XIX, el químico sueco Berzelius indicó en una carta al paleontólogo Cuvier que poseía el cráneo de Descartes.

El cráneo se envió a Francia, pero no se unió al resto del cuerpo de Descartes, sino que fue a parar al “Musée de L’Homme” en París. Por lo anterior, los restos mortales de Descartes (salvo su cráneo) reposan en la capilla de la iglesia de Saint- Germain-des-Prés, en Paris.

Poco después de su muerte, los libros de Descartes fueron incluidos en el Index de la Iglesia, aunque, obedeciendo la sugestión del Cardenal Richelieu, había permitido su publicación durante la vida del autor. De acuerdo con Bell, a pocos hombres les es dado renovar todo un campo del pensamiento humano, pero Descartes fue uno de ellos ya que él rehizo la Geometría e hizo posible la Geometría moderna.

3. La Geometría analítica

Descartes y Fermat inventaron la Geometría analítica independientemente uno de otro. Una vez que ya hemos comentado de forma individual aspectos de la vida de Fermat y de Descartes destacaremos situaciones en la que ambos participaron ya que, como se sabe, los dos eran franceses y contemporáneos.

Fermat fue el primero que aplicó la Geometría analítica al espacio de tres dimensiones y Descartes se contentó con dos dimensiones y, por otro lado, también se dice que Fermat corrigió a Descartes en un punto esencial que es el de la clasificación de las curvas por sus grados y, por tanto, a los biógrafos de ambos les parece, hasta cierto punto “normal” que Descartes luchara contra el imperturbable Fermat

Sin embargo, se le acredita a Descartes, más que a Fermat el descubrimiento de la Geometría analítica y, así, se dice que el día 10 de noviembre de 1619 es el día oficial en que ella surgió y, por tanto, también esa es la fecha del surgimiento de la Matemática moderna ya que, en ese día se escribió El Método, sin embargo, a partir de ese momento, pasaron 18 años para que El Método fuera publicado.

El Método cuyo nombre completo es Discurso del método para conducir bien la propia razón y buscar la verdad en las ciencias es la principal obra escrita por René Descartes y una obra fundamental de la Filosofía occidental con implicaciones para el desarrollo de la Filosofía y de la Ciencia.

La Geometría analítica está considerada como uno de los más formidables descubrimientos de la Matemática moderna pues logró unir dos grandes ramas de la Matemática misma en una disciplina: la Geometría plana y el Álgebra, llevándola a niveles insospechados.

Como ya se dijo anteriormente, casi simultáneamente con Descartes, Pierre de Fermat, estaba haciendo la investigación en curvas especiales y sus soluciones geométricas.

Algunos autores afirman que el descubrimiento de la base de un sistema de coordenadas para trazar las curvas y encontrar soluciones a la ecuación algebraica debe atribuirse, por tanto, a Fermat y no a Descartes, porque aquél tenía una visión más geométrica que Descartes, sin embargo, incluso antes de los dos, algunas formas rudimentarias de resolver problemas geométricos se atribuyen a Apolonio, en Grecia, casi dos mil años antes.

Bell dice que no hay duda que Fermat precedió a Descartes, pero, a medida que su trabajo hecho alrededor de 1629 no se comunicó a los demás hasta 1636 y fue publicado póstumamente sólo en 1679, no podía haber influido en Descartes en su propia invención y Fermat nunca dio a entender que la tenía.

De acuerdo con Hernández, la idea central de la Geometría analítica es la correspondencia entre una ecuación $f(x, y)=0$ y el lugar (generalmente una curva) consistente de todos aquellos puntos cuyas coordenadas (x, y) relativas a dos ejes fijos perpendiculares satisfacen la ecuación.

De hecho, ni Descartes ni Fermat usaron, sistemáticamente, dos ejes de coordenadas con la forma estándar actual. Lo más cercano a ello viene indicado en el principio guía de Fermat: Cuando encontremos dos cantidades conocidas en una ecuación, tenemos un lugar geométrico, la extremidad de una de éstas describe una línea, recta o curva.

Para Fermat (tanto como para Descartes) las dos cantidades desconocidas en una ecuación eran segmentos lineales más que números. Uno de éstos era medido a la derecha desde un punto de referencia sobre un eje horizontal y, el segundo, era localizado con una ordenada vertical sobre el extremo del primero.

El principio de Fermat afirma, entonces, que el punto terminal de la ordenada describe la curva correspondiente a la ecuación dada. La práctica general de Descartes fue similar, de tal manera que ambos, de hecho, dieron con la “geometría ordenada” en lugar de la geometría co-ordenada.

Fermat se adhirió a la notación algebraica de François Vieta, y designó a sus variables como A y E en lugar de X y Y que, actualmente, siguen usándose. Descartes usó la notación exponencial para las potencias e inició la práctica común de usar las primeras letras del alfabeto para los parámetros y las del final para las variables.

La intención de Fermat y de Descartes y Fermat fue aplicar los métodos del Álgebra renacentista a la solución de los problemas en Geometría. Descartes estableció el plan como sigue: Si deseamos resolver algún problema, primero suponemos que ya disponemos del problema y damos nombre a todas las líneas que parecen ser necesarias para su construcción, tanto a aquellas que son desconocidas como a las conocidas.

Entonces, sin hacer distinción entre las líneas conocidas y las desconocidas, debemos desembrollar la dificultad, en cualquier manera, que muestre más naturalmente las relaciones entre esas líneas, hasta que nos sea posible expresar una cantidad de dos formas. Esto constituirá una ecuación, ya que los términos de una de esas dos expresiones son, en conjunto, igual a los términos de la otra.

Descartes empezó con un problema geométrico que, comúnmente involucraba una curva dada y la definía tanto como un lugar geométrico estático a la manera de los griegos como en términos de un movimiento continuo uniforme (como la espiral de Arquímedes). Su procedimiento fue trasladar un problema geométrico al lenguaje de una ecuación algebraica, luego simplificarla y, finalmente, resolverla.

La primera referencia del Método de Descartes se encuentra en una carta de Constantino Huygens a Descartes, en octubre de 1635, donde aquél le manifiesta su satisfacción por haberse decidido a publicar la Dióptrica y le aconsejó sobre la mejor manera de hacer la figura y de imprimirla.

En la portada de su libro Discurso del Método no figura el nombre del autor, omisión voluntaria que obedecía al propósito, como después dijo el propio Descartes, de conocer mejor las opiniones y las críticas.

La parte menos discutida en su época fue la Geometría, sin duda porque, como dice el autor no ignorarlo, ella tendría un pequeño número de lectores, pues debían ser personas que no solamente estuviesen al corriente de todo lo que se sabía de Geometría y de Álgebra, sino que debían ser, además, “laboriosos, ingeniosos et atentos.”

Se dice que la Geometría comenzó a ser analítica con la publicación de obra maestra, en 1637, de René Descartes titulada Discurso del Método. En un apéndice de la misma obra, titulado La Géométrie, que incluye las aplicaciones del Álgebra a la Geometría, está incluido un impulso a la utilización de la Geometría para resolver algunos problemas algebraicos.

James Newman, expresando su pensamiento acerca de a quién debe atribuirse el moderno sistema de coordenadas asevera que Fermat puede haber precedido a Descartes al señalar los problemas de máximos y mínimos, pero Descartes, fue mucho más allá que Fermat en el uso de símbolos, en “aritmetizar” la geometría analítica y extenderla a las ecuaciones de grado superior. La fijación de la posición de un punto en el plano mediante la asignación de dos números, co-ordenadas, dando su distancia a las líneas perpendiculares entre sí, era totalmente invención de Descartes.

De acuerdo con Pérez, con el fin de desarrollar un sistema de coordenadas geométricas útiles para resolver problemas matemáticos relacionados con la Geometría y la Física son importantes dos pasos necesarios: el reconocimiento del cero como un número y la introducción de los números negativos. Téngase en cuenta que la Matemática se inventó para resolver los problemas de la vida real y ninguno de los conceptos mencionados provienen de la realidad cotidiana.

Un claro ejemplo de ello es la “matemáticas” romana que no tenía ningún símbolo ni número para el número cero, mucho menos para los números negativos y, puede sonar extraño, pero Descartes nunca utilizó “las coordenadas cartesianas” en su Tratado de 1637 ni en su vida; él escribió sobre “coordenadas” en el sentido de las distancias para describir el lugar de una curva y, más aún, él no utilizó distancias negativas.

Según Bell, en los trabajos de Descartes todo estaba medido en distancias positivas. Descartes consideró las ecuaciones sólo en el primer cuadrante, como lo fue desde allí que trasladó la Geometría hacia el Álgebra y, a medida que Geometría analítica evolucionó, los números negativos se usaron libremente. Por otro lado, con respecto al estudio de la correlación entre la Geometría y el Álgebra, hubo algunos predecesores en ese campo.

Para Newman, el estudio de las curvas por medio de sus ecuaciones, definido como la “esencia” de la Geometría Analítica, fue conocido por los griegos y, entre ellos, Menecmo, el tutor de Alejandro Magno, tiene fama de haber hecho este descubrimiento y también, entre otros predecesores de Descartes se puede contar al teólogo francés Nicole Oresme, cuyo sistema de “latitudes y longitudes” más o menos anunció el uso de coordenadas en la representación gráfica de funciones arbitrarias y, como ya se indicó a François Viète, el consejero del Siglo XVI del Rey de Francia, cuya mejora en la notación facilitó considerablemente el desarrollo del Álgebra.

Para terminar este apartado, puede decirse que la sistematización del actual sistema de coordenadas, usando ejes perpendiculares encontrados en un origen común es el resultado final de la actividad humana a través de más de dos milenios para dar un significado a los problemas matemáticos que dan resultados cero o negativos, pero todo esto no resta los méritos de las aportaciones hechas por Descartes.

Conclusiones

El surgimiento de la Geometría analítica no fue una secuencia de la existencia de la Geometría y del Álgebra, sino que implicó una forma distinta de pensar a la Matemática, pero que, desde luego, requirió la presencia de la Geometría y del Álgebra. La precaria salud de Descartes no fue impedimento para que él se dedicara a la Ciencia e, inclusive, hiciera una de las más grandes aportaciones a la Matemática.

El planteamiento matemático de Descartes ha sido fundamental para el avance de la Matemática misma y, aunque no pueden negarse las grandes aportaciones de Fermat, como su contemporáneo, o la de otros matemáticos que le antecedieron, sus aportaciones han sido reconocidas plenamente por su originalidad.

Referencias

- Álgebra. Disponible en la dirección:

- http://matesup.otalca.cl/matematica1/web_curso_mat_2007/historia/algebra_historia.htm
- Bell, E. T. Los Grandes Matemáticos. Disponible en la dirección: www.librosmaravillosos.com E. T. Bell
 - Breve historia de las coordenadas cartesianas. Disponible en la dirección: <http://menteocupada.com/articulo-breve-historia-de-las-coordenadas-cartesianas.htm>
 - Fernández S., Oscar; Cárdenas A., Pedro Pablo; Mesa, Fernando. “Rene Descartes, Un nuevo método y una nueva ciencia”. Revista Scientia Et Technica, Año 2006, Vol. XII, Núm. 32, pp. 401-406.
 - Francesco Maurolico. Disponible en la dirección: es.wikipedia.org/wiki/Francesco_Maurolico
 - François Viète. Disponible en la dirección: es.wikipedia.org/wiki/Fran%C3%A7ois_Vi%C3%A8te
 - Hernández L, Víctor M. “La Geometría analítica de Descartes y Fermat: ¿y Apolonio?” Revista Apuntes de historia de las Matemáticas, Año 2002, Vol.1, Núm. 1.
 - La Geometría en la Edad Media. Disponible en la dirección:
 - Camargo, Leonor y Martín Acosta. “La geometría, su enseñanza y su aprendizaje”. Revista Tecné, Episteme y Didac, Año 2012, Núm.32, pp. 4-8.
 - López Escudero Olga Leticia y Silvia García Peña. Enseñanza de la Geometría, ed. INEE: México, 2008, 174 pp.
 - MarquínezArgote, Germán. “Denis Mesland (1615-1672): el amigo de Descartes que enseñó en Santafé de Bogotá”. Revista Summa. Repositorio documental institucional de la Universidad Pontificia de Salamanca, pp. 39-67.
 - Pérez, E. Breve historia de las coordenadas cartesianas. Disponible en la dirección: <http://menteocupada.com/articulo-breve-historia-de-las-coordenadas-cartesianas.htm>
 - Perspectives en l’Ensenyament de la Geometriapelsegle XXI. Disponible en la dirección:
 - Piaget, Jean. Biología y conocimiento,ed. Siglo XXI: México; 2008, 338 pp.
 - Puig, Luis. Componentes de una historia del álgebra el texto de al-khwârizmî restaurado. Disponible en la dirección: http://cuaed.unam.mx/math_media/anexos/articulos/componentes_historia_algebra.pdf
 - Restrepo, Iván. Nuevo modelo educativo y necesaria reforma de Conacyt. Periódico La Jornada, lunes 20 de marzo de 2017.
 - RoshdiRashed. Disponible en la dirección: https://en.wikipedia.org/wiki/Roshdi_Rashed
 - Saverien, Monsiur. Historia de los progresos del entendimiento humano en las ciencias exactas y en las artes que dependen de ellas. Imprenta de Antonio de Sancha: Madrid; 1775, 538 pp.
 - SigarretaAlmira, José María y Pilar Ruesga Ramos. “Evolución de la Geometría desde su perspectiva histórica”. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Año 2004, Vol. XI, Núm. 1, pp. 85-101.